

Devoir estival pour la rentrée 2022

à destination des futurs élèves de 1^{ère} Spécialité Mathématiques

Ce devoir est à rédiger sur feuille et à rendre à votre professeur de mathématiques le jour de la rentrée.

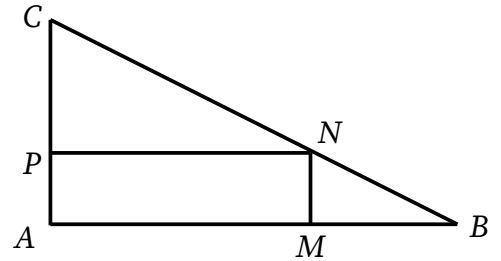
Tous les éléments nécessaires à sa réalisation ont été étudiés pendant l'année de Seconde.

Exercice 1 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 8$ cm et $AC = 4$ cm.

Soit M un point du segment $[AB]$, on pose $AM = x$.

N est un point de $[BC]$ et P un point de $[AC]$ tels que $AMNP$ soit un rectangle.



1. Soit f la fonction qui, à toute valeur de x , associe l'aire du rectangle $AMNP$ et (C) sa courbe.

a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Exprimer MN en fonction de x , et en déduire que $f(x) = \frac{1}{2}x(8 - x)$.

c) Vérifier que $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 8$.

2.a) Représenter (C) sur $[0 ; 8]$.

b) Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 4]$ puis sur l'intervalle $[4 ; 8]$.

c) Justifier que l'aire du rectangle $AMNP$ est maximale pour une position particulière du point M que l'on précisera, ainsi que l'aire correspondante.

3. a) Déterminer graphiquement les positions du point M pour lesquelles l'aire de $AMNP$ est égale à 4 cm².

b) Déterminer de façon algébrique les positions du point M pour lesquelles l'aire de $AMNP$ est égale à 4 cm².

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-2 ; 2)$, $B(5 ; 6)$ et $C(4 ; 1)$.

1. Réaliser une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

2. **Calculer** les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3. Calculer les coordonnées du milieu I de $[CD]$ et du milieu J de $[AB]$.

4. Démontrer que les droites (DJ) et (BI) sont parallèles.

5. **Calculer** les coordonnées du point N tel que $\vec{DN} = 2\vec{DJ}$.

6. Démontrer que les points B , C et N sont alignés.

Exercice 3 :

On choisit au hasard une famille parmi les familles de deux enfants, en admettant qu'il y a autant de chances que chaque enfant soit un garçon (G) ou une fille (F).

L'issue FG par exemple, indique une famille dont le premier enfant est une fille, et dont le deuxième enfant est un garçon.

1. A l'aide d'un arbre, décrire toutes les compositions de familles possibles.

2. On note les événements A : « le premier enfant est une fille » et B : « la famille a un seul garçon ».

Calculer les probabilités suivantes puis interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice :

$$P(A) ; P(B) ; P(A \cap B) ; P(A \cup B) ; P(\bar{B})$$